

MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS NO DIMENSIONAMENTO DE ANTENAS DE MICROFITA PELO MÉTODO DA LINHA DE TRANSMISSÃO

João Victor de Freitas¹, Otávio Paulino Lavor²

¹Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
Mossoró – RN – Brazil

²Departamento de Ciências Exatas e Naturais – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Pau dos Ferros, RN

joaovictor_freitas@hotmail.com.br, otavio.lavor@ufersa.edu.br

Abstract. *This work has the objective of applying the numerical calculation for the sizing of microstrip antennas, by the transmission line method. We present in the introduction a brief explanation on numerical methods and microstrip antennas. In the development, we make a bibliographical review on the numerical methods used in this article and on the transmission line method for the dimensioning of microstrip antennas. In the results, we present the return loss of the projected antenna. With the results presented we can verify the efficiency of the numerical methods for the sizing of microstrip antennas, as well as the importance of the domain over the numerical and programming methods for the engineer.*

Resumo. *Este trabalho tem como objetivo a aplicação do cálculo numérico para o dimensionamento de antenas de microfita pelo método da linha de transmissão. Apresentamos na introdução uma breve explicação sobre métodos numéricos e antenas de microfita. No desenvolvimento, fazemos uma revisão bibliográfica sobre os métodos numéricos utilizados neste artigo e sobre o método da linha de transmissão para o dimensionamento de antenas de microfita. Nos resultados, apresentamos a perda de retorno da antena projetada. Com os resultados apresentados, podemos verificar a eficiência dos métodos numéricos para o dimensionamento de antenas de microfita, bem como a importância do domínio sobre os métodos numéricos e de programação para o engenheiro.*

1. Introdução

As antenas de microfita são antenas planas, constituídas de duas finas camadas de um condutor metálico, separadas por um substrato dielétrico [IEE 2014]. Como uma antena plana, ela pode ser integrada na fuselagem de veículos espaciais e aeroespaciais sem prejudicar a sua aerodinâmica, também devido ao seu tamanho reduzido, elas podem ser usadas em sistemas de comunicações, para reduzir seu tamanho e tornando este mais compacto [Balanis 2005].

O dimensionamento das antenas de microfita é feito através de alguns métodos que podem ser facilmente encontrados na literatura, como por exemplo, o método da linha de transmissão. Este método consiste basicamente em um conjunto de equações e integrais,

que nos dão os valores de dimensões do *patch* da antena. Porém, algumas das equações usadas no método da linha de transmissão são transcendentais e as integrais apresentam uma função no integrando sem primitiva, e dessa forma, não é possível calcular esses valores analiticamente, sendo dessa forma necessário recorrer a métodos numéricos.

Os métodos numéricos usados aqui foram o método de Newton-Raphson, que tem como objetivo estimar as raízes de uma função e o método de Simpson que estima os valores de integrais pela área sob os arcos que interpolam a função. Estes métodos foram implementados no SciLab, para um cálculo rápido e preciso. Os resultados foram avaliados modelando a antena de acordo com as dimensões obtidas e realizando simulações computacionais, a partir destas, podemos verificar a eficiência da aplicação destes métodos para o dimensionamento de antenas de microfita.

2. Métodos Numéricos

Veremos que o dimensionamento de antenas de microfita pelo método da linha de transmissão apresenta algumas equações que não tem solução analítica, e dessa forma é necessário a aplicação de um método numérico para encontrarmos medidas aproximadas para a aplicação da antena.

Os métodos usados neste trabalho foram o método de Newton para o calcular as raízes de uma equação e o método de Simpson para o calculo de integrais.

2.1. O método de Newton

O método de Newton é um método iterativo usado para o calculo de raízes de equações não lineares, do tipo

$$g(x) = x + A(x)f(x) \quad (1)$$

Neste caso para a aplicação do método de Newton é necessário que $f'(x) \neq 0$ [Franco 2007]. Para resolvermos equações como mostradas na equação 1, usamos o método de Newton-Raphson que é apresentado na equação 2.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (2)$$

Este é o método de Newton ou método de Newton-Raphson que converge sempre que $|x - \bar{x}| \ll 1$. Este método foi escolhido pois, ele é consideravelmente mais rápido que outros métodos comuns na literatura, como por exemplo o método da bisseção, onde o código implementado será mais rapidamente executado.

Para implementar este método numericamente, basta definir a função $f(x)$ e criar um laço de repetição que deve ocorrer até que o valor do erro seja menor que o valor estabelecido, ou até que o número de iterações atinja um certo valor definido pelo programador. Neste trabalho foi definido um erro de 0,01. O código foi executado segundo o fluxograma mostrado na Figura 1.

Neste fluxograma as funções $f(w)$ e $g(w)$, são definidas igualando as equações 18 e 19 a zero, respectivamente. É importante ressaltar que pela definição do método, apenas uma das duas condições $\frac{w}{h} < 1$ ou $\frac{w}{h} \geq 1$ será verdadeira, nunca as duas ao mesmo tempo.

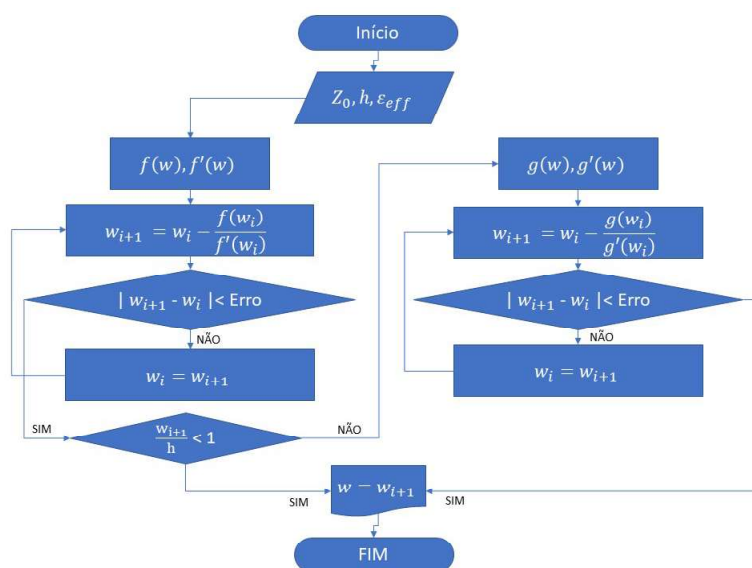


Figura 1. Fluxograma do Método de Newton usado

2.2. O método de Simpson

Em qualquer curso de cálculo o ensino de integrais se inicia com a chamada Soma de Riemann, que consiste em calcular o a área sob uma curva dada por uma aproximação somando a área de retângulos que podem ser escritos na curva, quando fazemos o número destes retângulos tender ao infinito, a soma de Riemann nos dá o valor exato da área sob a curva [Guidorizzi 2013].

Para estimarmos o valor da área sob a curva de uma dada função usamos uma ideia semelhante, entretanto, não é possível obter um valor exato, pois não podemos definir um número infinito de formas sob a curva para calcular sua área a partir de uma soma.

No método de Simpson calcula o valor de integrais pela área sob os arcos de parábola que interpolam a função, ou seja, conhecendo os pontos de uma função, podemos utilizar um polinômio para escrever uma função semelhante, uma das formas de interpolação é a interpolação pelo polinômio de Lagrange [Sperandio et al. 2003].

Neste trabalho o método de Simpson foi escolhido devido a sua simplicidade, pois a sua implementação em código é demasiadamente simples. Segundo [Franco 2007] e [Sperandio et al. 2003] a forma mais geral do método de Simpson é dada pela equação 3.

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{b-a}{6} \left[f(x_0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right] \quad (3)$$

Onde n é o número de intervalos, que neste trabalho foi adotado como sendo $n = 100$. Para implementar este método, basta criar um laço de repetição onde em cada laço são efetuadas as somas mostradas na equação 3, que deve ser repetido até $n = 100$, no caso deste trabalho. O fluxograma no método de Simpson usado neste trabalho está

presentado na Figura 2. Este fluxograma é aplicado para as duas funções cujas integrais desejam ser calculadas, definidas pelas equações 11 e 12.

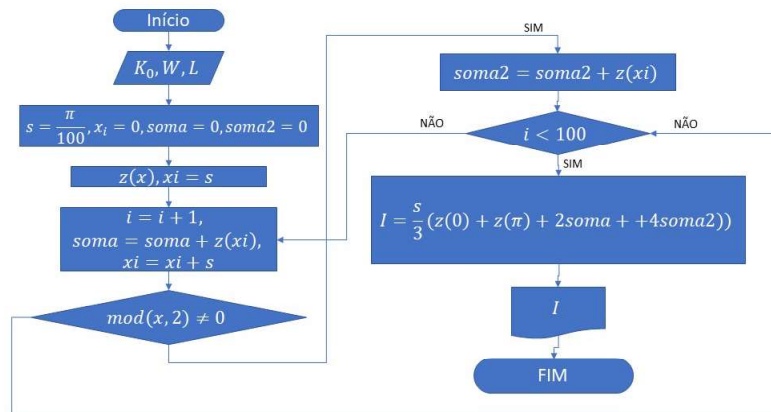


Figura 2. Fluxograma do Método de Simpson usado

3. Método da Linha de Transmissão

O método da Linha de Transmissão apresenta um conjunto de equações analíticas para calcularmos as dimensões do *patch* da antena, de forma que ela possa operar na frequência desejada. As dimensões são apresentadas na figura 3.

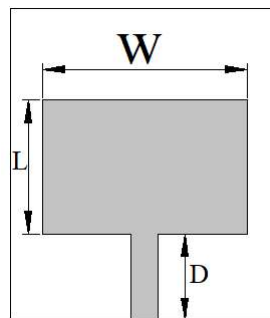


Figura 3. Representação das dimensões da antena

Tendo as dimensões do *patch*, as dimensões do substrato são adaptadas para o tamanho do *patch* calculado.

As equações 4 até 9 abaixo foram retiradas do Balanis e representam as dimensões W e L do *patch* da antena.

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\sqrt{1 + 12 \frac{h}{W}} \right]^{-1} \quad (4)$$

$$F_r = \frac{c}{2L\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (5)$$

$$W = \frac{c}{2F_r} \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r + 1}} \quad (6)$$

$$\Delta L = 0.412h \frac{(\varepsilon_{eff} + 0.3)(W/h + 0.264)}{(\varepsilon_{eff} - 0.258)(W/h + 0.8)} \quad (7)$$

$$D = \frac{c}{4f\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (8)$$

$$L = \frac{c}{2f\sqrt{\varepsilon_r}} + 2\Delta L \quad (9)$$

Nestas equações, os termos e o que eles representam estão representados na tabela 1.

Tabela 1. Tabela de termos e significados

Termo	Significado
ε_r	Permissividade elétrica relativa do substrato
ε_{eff}	Permissividade elétrica efetiva do substrato
F_r	Frequência de ressonância
h	Espessura do substrato
c	Velocidade da luz
W	Largura do <i>patch</i>
L	Comprimento do <i>patch</i>
f	Frequência de operação

Entretanto, apenas com estes dados, é necessário a introdução de um outro elemento no *patch* da antena, para que seja feito o casamento de impedância. O casamento de impedância é de extrema importância, pois o *patch* e a fonte de alimentação da antena apresentam impedâncias distintas entre si, dessa forma é preciso que algum elemento faça a união entre essas duas impedâncias, este elemento é chamado de *GAP*, este elemento irá fazer o casamento entre o elemento irradiante e a linha de alimentação. Com a introdução deste elemento na antena teremos uma antena de microfita do tipo *insert-fed*, dessa forma, a antena ficará como mostrado na figura 4.

As equações para calcular as dimensões dos *gaps* é necessário que antes sejam determinados as condutâncias G_1 e G_{12} , as equações que expressão estes termos são.

$$G_1 = \frac{I_1}{120\pi^2} \quad (10)$$

Onde I_1 é dado por:

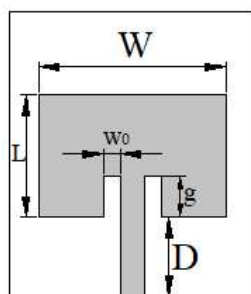


Figura 4. Modelo de antena *insert-fed*

$$I_1 = \int_0^\pi \left[\frac{\text{sen} \left(\frac{k_0 W \cos \theta}{2} \right)}{\cos \theta} \right]^2 \text{sen}^3 \theta d\theta \quad (11)$$

$$G_{12} = \frac{1}{120\pi^2} \int_0^\pi \left[\frac{\text{sen} \left(\frac{k_0 W \cos \theta}{2} \right)}{\cos \theta} \right]^2 J_0(Lk_0 \text{sen} \theta) \text{sen}^3 \theta d\theta \quad (12)$$

Nestas equações, dois termos ainda não foram apresentados, estes são os termos k_0 e o termo J_0 . O termo k_0 é o número de onda no espaço livre, segundo [Brinhole 2005] ele é dado por.

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c} \quad (13)$$

Já o termo J_0 é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero. Segundo [Boyce and DiPrima 2009] ela é dada pela equação 14.

$$J_0 = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^{2n} (n!)^2} \quad (14)$$

Tendo definido os termos k_0 e J_0 , agora é possível calcular a resistência na entrada, que segundo [Balanis 2005] é dada por.

$$R_{in}(g) = \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi g}{L} \right)}{2(G_1 \pm G_{12})} \quad (15)$$

Para encontrar g agora, basta isola-ló na equação 15, e assim obteremos.

$$g = \frac{L}{\pi} \cos^{-1} \left(\sqrt{2(G_1 \pm G_{12})R_{in}(g)} \right) \quad (16)$$

Neste trabalho a resistência de entrada $R_{in}(g)$ é de 50Ω . Agora é importante ressaltar que as integrais presentes nas equações 11 e 12 só podem ser calculadas numericamente, pois as funções dentro dos integrando não possuem primitivas, sendo assim elas foram calculadas utilizando a aproximação pelo método do um terço de Simpson.

Por fim o termo w_0 , mostrado na Figura 4 pode ser calculado segundo [Lavor 2015] pela equação 17.

$$w_0 = c \left(\frac{4.65 \times 10^{-12}}{F_r \sqrt{2 \varepsilon_{eff}}} \right) \quad (17)$$

Dessa forma podemos dimensionar o *patch* da antena pelas equações acima, entretanto ainda é necessário dimensionar a largura da linha de microfita que irá fazer a alimentação da antena.

Algumas das técnicas de alimentação que podem ser citadas são, a alimentação por linha de microfita, por cabo coaxial, por guia de onda coplanar, acoplamento por proximidade e acoplamento por abertura [dos Santos 2016]. Neste trabalho será usado a técnica de alimentação por linha de microfita, este método consiste em junto ao *patch* adicionar uma linha de cobre de largura dada pelas equações 18 e 19 [Balanis 2005].

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \ln \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right), \frac{w}{h} < 1 \quad (18)$$

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \frac{1}{\left[\frac{w}{h} + 1, 393 + 0, 667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1, 4444 \right) \right]}, \frac{w}{h} \geq 1 \quad (19)$$

O termo ε_{eff} é dado pela equação 4, o termo Z_0 é a impedância característica de entrada, neste trabalho, normalizada para 50Ω . Uma das limitações deste método é a geração de radiação indesejada [Bahl and Bhartia 1982].

As integrais apresentadas nas equações 12 e 11 apresentam em seu integrando uma função do tipo, $y(x) = \frac{\sin \alpha x}{x}$, funções deste tipo não apresentam primitiva, sendo assim, integrais envolvendo funções deste tipo não podem ser calculadas analiticamente, apenas de forma numérica.

A equação 18 é uma equação que pode ser resolvida analiticamente, realizando as devidas simplificações podemos encontrar uma equação do segundo grau, porém a equação 19 é transcendental, pois quando se tenta realizar alguma simplificação, encontramos duas funções distintas de w , em um lado da igualdade teremos uma função exponencial de w e do outro lado temos uma função linear de w , dessa forma não é possível isolar a variável w , o que torna esta equação transcendental, sendo assim só pode ser resolvida numericamente.

Para estas equações garantimos o critério de convergência, dessa forma a maior desvantagem na utilização do Método de Newton não será um problema durante a execução do código.

4. Cálculo das Dimensões

As equações do método da linha de transmissão apresentada na seção anterior em especial as equações 11 e 12 apresentam em seu integrando uma função que não possui primitiva, sendo assim não pode ser resolvida analiticamente, já as equações 18 e 19, são transcendentais, dessa forma, não é possível encontrar o valor de w isolando esta

variável, sendo assim a única forma de encontrar os valores desejados é usando métodos numéricos.

Para realizar um grande número de iterações e excluir o fator de erro humano e assim maximizar a eficiência dos cálculos realizados é necessário implementar um código para realização destes cálculos. Para isso utilizamos o *SciLab* tendo em vista que é um software gratuito e com linguagem simples, fazendo assim com que ele possa ser utilizado por qualquer pessoa.

Para implementação deste código basta definir as equações desejadas, e aplicar laços de repetição nas equações que devem ser resolvidas de numericamente.

Também implementamos neste código as demais equações necessárias para o dimensionamento, para que assim tivéssemos resultados precisos mesmo para as equações que podem ser calculadas facilmente.

Ao executarmos o código no SciLab inserimos os dados iniciais, que seriam a espessura do substrato que neste caso é de $0,158\text{ cm}$, a permissividade elétrica relativa que para o FR4 (fibra de vidro) que é de 4.4 e a frequência de operação, que neste caso é de 2,6 GHz. Estes dados foram escolhidos, pois a placa que tínhamos disponível para a confecção da antena apresentava as dimensões utilizadas, já a frequência foi escolhida visando uma aplicação da antena na faixa de frequências da tecnologia 4G no Brasil.

Ao executarmos o código obtivemos os seguintes resultados para as medidas das antenas, mostrados na Tabela 2, a dimensão w , não está representada na Figura 4, porém ela representa a largura da linha de microfita usada para a alimentação da antena.

Tabela 2. Medidas das dimensões representadas na Figura 4

Medidas em Milímetros	
W	35,11
L	27,5
D	13
g	10
w	1,6
w_0	1,82

5. Resultados

Para os resultados, modelamos a antena projetada segundo a Figura 4, realizamos uma simulação computacional utilizando o *software* HFSS - *High Frequency Structure Simulator* da ANSYS, para obter o gráfico da sua perda de retorno, e em seguida construímos a antena e realizamos a medição real da sua perda de retorno. Neste trabalho consideramos que a antena opera de forma eficaz em uma dada frequência de operação quando esta apresentar uma perda de retorno normalizada em dB menor do que -10dB.

No gráfico apresentado na Figura 5, podemos ver a perda de retorno da simulação e da medição real da antena construída.

Podemos ver que tanto a antena simulada, quando a antena real operam em uma faixa de frequência próximas a definida enquanto a antena foi projetada, no caso 2,6 GHz,

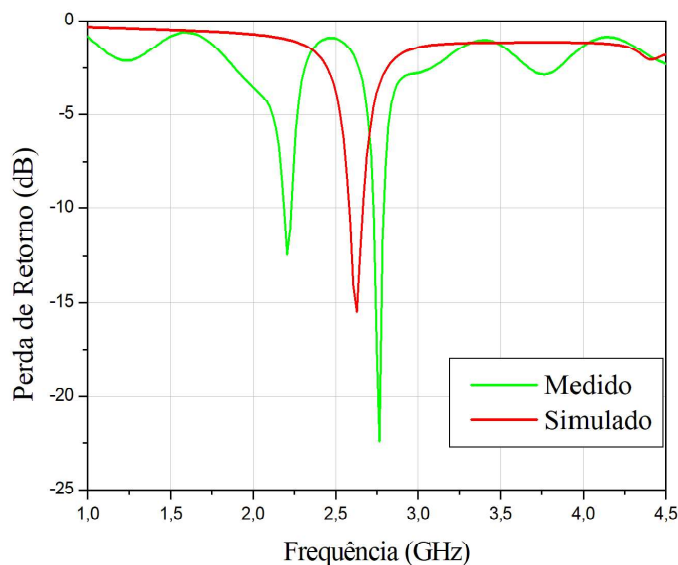


Figura 5. Perda de retorno simulada e medida para a antena projetada

o que confirma a eficiência dos métodos usados, bem como do código utilizado para o cálculo destas dimensões.

6. Conclusão

Com este trabalho, podemos aplicar os conceitos sobre cálculo numérico, contextualizando seu uso em uma área específica da engenharia elétrica, bem como a importância para o engenheiro de telecomunicações ou o engenheiro eletricitista dos conhecimentos sobre programação e sobre métodos numéricos aplicados.

Foi possível verificar a eficiência do código implementado no *SciLab* para a aplicação dos métodos utilizados aqui, uma vez que tanto o modelo simulado, quando o modelo real funcionaram como o desejado.

Referências

- (2014). Ieee standard for definitions of terms for antennas. *IEEE Std 145-2013 (Revision of IEEE Std 145-1993)*, pages 1–50.
- Bahl, I. J. and Bhartia, P. (1982). *Microstrip Antennas*. Artech House Publishers, 2^a edition.
- Balanis, C. A. (2005). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons. Inc, Hoboken, New Jersey.
- Boyce, W. E. and DiPrima, R. C. (2009). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons. Inc, 9 edition.
- Brinhole, E. R. (2005). Determinação da frequência de ressonância de antenas tipo microfita triangular e retangular utilizando redes neurais artificiais. Mestrado – Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista.

dos Santos, H. W. (2016). Desenvolvimento de antenas de microfita miniaturizadas com polarização circular para um sistema de comunicações sem fio. Mestrado – Engenharia Elétrica e da Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte.

Franco, N. B. (2007). *Cálculo Numérico*. Pearson Prentice Hall, São Paulo.

Guidorizzi, H. L. (2013). *Um Curso de Cálculo Vol. 1*. LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, 5ª edition.

Lavor, O. P. (2015). *Bi Anisotropia em Antenas de Microfita Retangular e Estruturas Circulares Modificadas*. Doutorado – Engenharia Elétrica e da Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte.

Sperandio, D., Mendes, J. T., and e Silva, L. H. M. (2003). *Cálculo Numérico: Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos*. Pearson Prentice Hall, São Paulo.