

Modelagem Matemática do Sistema de Posicionamento Magnético Horizontal.

Talison F. Costa¹, Rodrigo S. Semente¹

¹Universidade Federal Rural do Semi-Árido
(UFERSA)

tfccomputation@gmail.com, rodrigo.semente@ufersa.org

Abstract. *Control systems are often used in plants to ensure that a given process variable remains at a desirable operating point, even if some external disturbance attempts to deflect it. The magnetic position control system consists of controlling the position of a given magnetic object without using direct contact. The actuating mechanism is a magnetic field that will interact with the field of controlled objects. This work consists of modeling, simulating and expiring a prototype of this system, besides studying some characteristics of this system, such as stability, observability and controllability.*

Palavras-chave: control, magnetic, modeling.

Resumo. *Sistemas de controle são frequentemente utilizados em plantas para garantir que uma determinada variável do processo permaneça em um ponto de operação desejável, mesmo que alguma perturbação externa tente desvia-la. O sistema de controle de posição magnética consiste em controlar a posição de um determinado objeto magnético sem utilizar contato direto. O mecanismo de atuação é um campo magnético que interagirá com o magnetismo dos objetos controlados. Este trabalho consiste em modelar, simular e experimentar um protótipo desse sistema, além de estudar algumas características desse sistema, como estabilidade, observabilidade e controlabilidade.*

Palavras-chave: controle, magnetismo, modelagem.

Introdução

Sistemas de controle de posição são usados para controlar a posição de um objeto em um ponto específico do espaço. Há dois tipos fundamentais de controle: manual e automático. O primeiro é usado em máquinas controladas por humanos para levar objetos de uma posição a outra. Nessas aplicações, a posição final do objeto controlado é definido pelo operador.

Já o segundo tem como objetivo principal garantir que um dado objeto permaneça fixo em uma posição predeterminada. Caso uma perturbação externa desloque o objeto da posição de referência, o sistema deve, por meio de sensores, perceber essa perturbação e tentar corrigir através de mecanismos que desloquem novamente o objeto para a posição de referência.

Neste trabalho, será desenvolvido a modelagem de um sistema para controle de posição de objetos magnéticos, utilizando interações magnéticas na atuação, e sensor de medição de distância na percepção.

Sistema de Controle de Posição Magnético

Um modelo representativo do sistema de controle de posição magnético é mostrado na Figura (1), ele é composto de um ímã fixo sob rodas e duas bobina. Associado ao sistema de controle temos o sensor ultrassônico (para monitorar a posição do objeto), um microcontrolador e uma ponte H utilizada para controlar a corrente nas bobinas. Por enquanto, vamos nos concentrar na descrição do comportamento físico do sistema, isto é, na modelagem das forças que atuam no ímã.

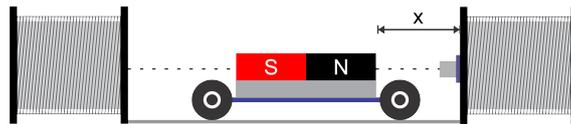


Figura 1. Sistema de posição

Modelagem Matemática

Quando a bobina é energizada, conforme descrito no livro Eletromagnetismo (MACHADO, 2000), pela lei da indução de Faraday, a corrente na bobina produz um campo magnético. O campo induzido interage com o campo magnético permanente do ímã. Podemos inverter o polo magnético da bobina alterando a direção da corrente. Dessa forma, controlamos a direção da força magnética aplicada no ímã, \vec{F}_m .

Quando o ímã está sendo acelerado em direção a um ponto, o atrito dinâmico estará contrário a força magnética. Esse atrito é devido o contato do suporte do ímã com a superfície de apoio. Nessas condições, aplicando a segunda lei de Newton, escrevemos,

$$\sum \vec{F}_x = m\ddot{x} \rightarrow 2\vec{F}_m - \vec{F}_a = m\ddot{x} \quad (1)$$

O módulo do atrito é dado pelo produto do coeficiente de atrito, μ , com o módulo da força normal. Considerando que as forças de atrito atuante nas duas rodas são iguais, modelamos essa componente apenas como \vec{F}_a . A resultante das forças na direção Oy mostra que $F_N = F_g = mg$, onde m é a massa do ímã e g a aceleração da gravidade. Portanto,

$$2\vec{F}_m - \mu mg = m\ddot{x}. \quad (2)$$

Força Magnética

A partir da ideia de intensidade de dipolo magnético, a força magnética é dada por,

$$\vec{F}_m = \Xi \vec{B}_b \quad (3)$$

Onde Ξ é a intensidade do dipolo magnético, e \vec{B}_b é o campo magnético produzido pela bobina. Através Eq. (3), vemos que a força magnética aponta na direção do campo.

Em Eletromagnetismo (MACHADO, 2000) é mostrado que o campo magnético, \vec{B}_e produzido por uma espira circular de raio R , a uma distância x do eixo central ortogonal ao plano da espira, é dado por,

$$\vec{B}_e = \frac{\mu_o i R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}},$$

Onde μ_o é a permeabilidade magnética do meio e i a corrente na bobina. Logo, o campo de uma bobina (\vec{B}_b) com N espiras, é determinado pelo produto do campo de uma única espira pelo número de espiras. Portanto,

$$\vec{B}_b = \frac{N\mu_o i R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Retomando a expressão de força magnética, obtemos que a força magnética produzida pela bobina no ímã é,

$$\vec{F}_m = \Xi \frac{N\mu_o i R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4)$$

Veja que, a força varia com o inverso do quadrado da distância da bobina ao ímã. Substituindo a Eq. (4) em Eq. (2),

$$\frac{2\Xi N\mu_o i R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} - \mu mg = m\ddot{x}, \quad (5)$$

Este modelo descreve o comportamento do sistema, relacionando a posição do ímã com a corrente na bobina.

Linearização

Definindo,

$$\beta = \frac{\Xi N\mu_o R^2}{m},$$

Reescrevemos,

$$\ddot{x} + \mu g - \frac{\beta i}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = 0. \quad (6)$$

Linearizando a Eq. (6) em torno do ponto de equilíbrio do sistema, alcançado quando $x = x_{PO}$ e $i = i_{PO} = 0A$. Sob a condição de que ao atingir o ponto de operação, o ímã deve parar de mover-se, ou seja, $\dot{x} = \ddot{x} = 0$, obtemos a aproximação linear,

$$\ddot{\Delta x} = \frac{\beta}{(x_{PO}^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta i - \frac{3\mu g x_{PO}}{(x_{PO}^2 + R^2)} \Delta x. \quad (7)$$

onde $\Delta x = x - x_{PO}$ e $\Delta i = i - i_{PO}$. Essa equação relaciona pequenas variações do sinal de entrada de corrente em torno da corrente no ponto de operação i_{PO} , com pequenas variações no sinal de saída em torno do valor x_{PO} .

Função de Transferência

Aplicando a transformada de Laplace na Eq. (7) obtemos,

$$\frac{\Delta X}{\Delta I} = \frac{\beta / (x_{PO}^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}{s^2 + 3\mu g x_{PO} / (x_{PO}^2 + R^2)} \quad (8)$$

que é a função de transferência do sistema.

Espaço de Estado

Definindo $\xi = \beta/(x_{PO}^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}$, $\lambda = 3\mu g x_{PO}/(x_{PO}^2 + R^2)$, $\Delta X = X$ e $\Delta I = I$, reescrevemos:

$$\frac{X}{I} = \frac{\xi}{s^2 + \lambda}$$

Considerando condições iniciais nulas e aplicando a transformada de laplace inversa obtemos $\ddot{x} + \lambda x = \xi i$. Escolhendo como variáveis de estado,

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{x} \\ y &= x \end{aligned}$$

Chegamos as equações de estado do sistema,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \xi \end{bmatrix} i \quad (9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A segunda equação de estado corresponde a saída do sistema observada pelo sensor ultrassônico.

Controlabilidade e Observabilidade

A partir da Eq. (9) obtemos a matriz de controlabilidade,

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \xi \\ \xi & 0 \end{bmatrix},$$

cujo posto(C)=2. Analogamente, a partir da Eq. (10), obtemos a matriz de observabilidade,

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cujo posto(O) também é 2. Esses resultados indicam que o sistema é controlável e observável, isto é, é possível levar o sistema de um estado a outro ajustando a entrada e é possível a partir da entrada e da observação da saída determinar qual estado está o sistema.

Materiais e métodos

Para a montagem do sistema foi utilizado duas bobinas de 1200 espiras, um imã com uma intensidade de dipolo de aproximadamente 99 N/T, arduino nano, uma ponte H L298N, protoboard, fios, e uma fonte de corrente. O sistema montado é mostrado na Figura (2).



Figura 2. Sistema montado.

Simulação

A simulação da função de transferência (FT) foi realizada no Matlab. Os parâmetros da FT são: raio das bobinas ($R = 0.029m$), intensidade de dipolo ($dip = 99N/T$), permeabilidade magnética ($\mu_0 = 1.25 * 10^{-6}$), viscosidade ($u = 0.09$), massa ($m = 0.00009$), numero de enrolamentos em cada bobina ($N = 1200$) e gravidade ($g = 9.8m/s^2$). A partir da Eq. (8), percebemos que o sistema é marginalmente estável, pois apresenta dois polos complexos, $\pm j3\mu g x_{PO} / (x_{PO}^2 + R^2)$ com parte real nula. Para $X_{PO} = 10$ cm, a resposta simulada é mostrada na Figura (3). Esse resultado mostra que o sistema oscila permanentemente para a entrada impulso.

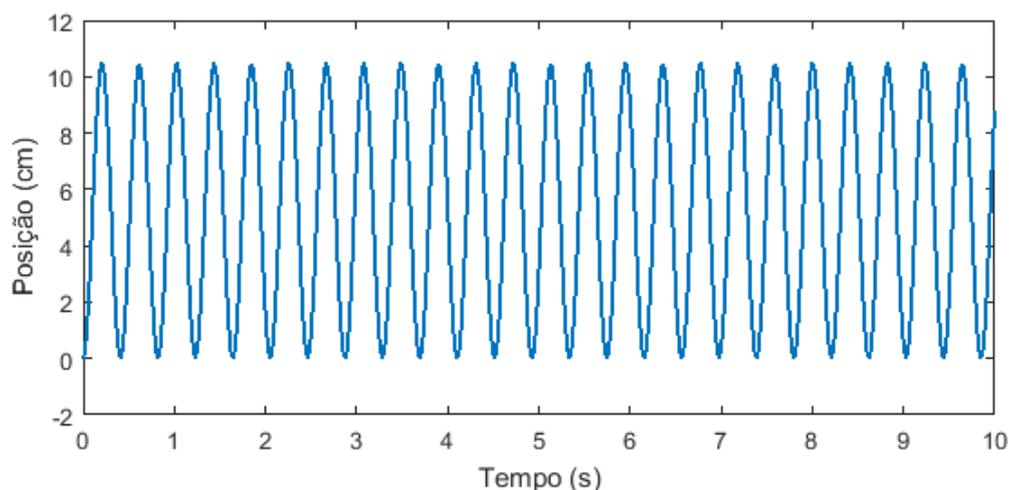


Figura 3. Resposta ao degrau.

Resultados Experimentais

Na Figura 4 é mostrado a curva de resposta do sistema. Os picos que aparecem na curva são perturbação externa. Observamos que o sistema tende a retornar para o ponto de

operação ($x=10\text{cm}$ da primeira bobina). No entanto, algumas vezes esse retorno apresenta erros devido a ruído no sensor.

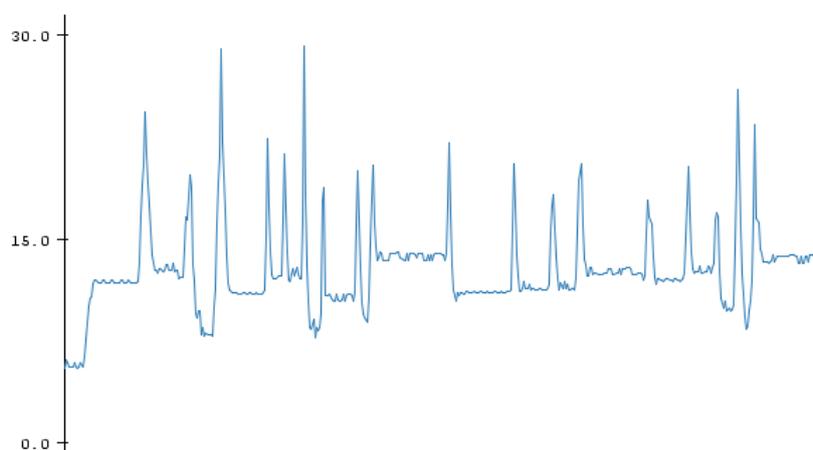


Figura 4. Curva experimental do sistema.

A Figura 5 mostra picos de medição no sensor. Esse comportamento aparece sempre que o carrinho se aproxima muito do sensor. Essa anomalia foi corrigida impedindo que o carrinho se aproxime a menos de 2cm do sensor. Contudo, mesmo com essa correção, observa-se que mesmo sem interferência externa, o sistema desloca o carrinho e o traz de volta para a posição. Esse comportamento é mostrado pelos picos menores da curva da Figura 4.

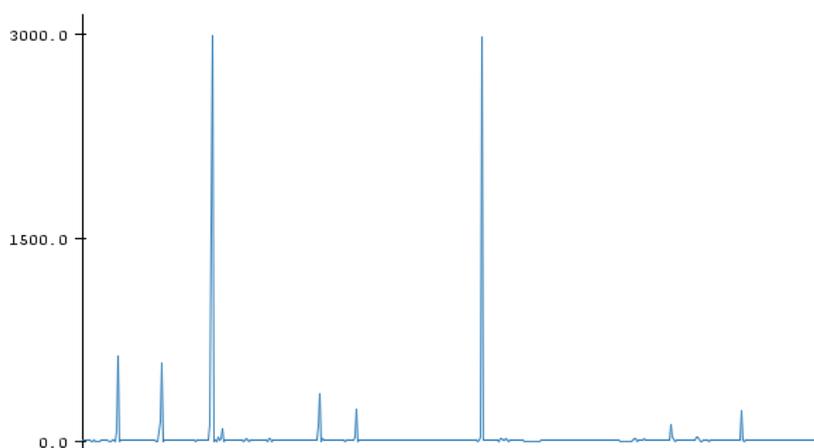


Figura 5. distúrbio no sensor.

As curvas das Figuras 4 e 5 foram obtidas com o software do arduino. Uma limitação é que apesar da escala horizontal ser temporal, o software não fornece esses dados na curva.

Conclusão

O sistema de controle de posição magnética foi modelado partindo do conceito de intensidade de dipolo magnético, o que permitiu facilmente escrever a relação de força magnética entre o ímã e os eletroímãs. A partir da modelagem em laplace observamos

que apesar dele ser controlável e observável, o sistema é marginalmente estável com polos complexos.

Os resultados experimentais e simulados mostram que há uma dificuldade em controlar esse sistema em virtude da não garantia da estabilidade. Em alguns momentos o sistema se estabiliza no ponto de operação, em outro o sistema oscila. No entanto, os resultados experimentais se mostraram condizente com a simulação.

Como sugestão de trabalhos futuros é indicado a utilização de um controlador para melhorar a estabilidade e a resposta transitória, além da utilização ou construção de uma ponte H capaz de fornecer mais corrente para as bobinas.

Referências

MACHADO, Kleber Daum. Eletromagnetismo. Ponta Grossa - PR. Ed. UFGP. Volume II.

TIANSHI, C. Multi Degrees of Freedom Maglev System with Permanent Magnet Motion Control. 2006. 120 p. Monografia (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Kochi University of Technology. Kochi.

Ogata, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno. 5ª ed. - São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MOTA, Douglas Jorge Peixoto de Sousa. Controle de posição de uma esfera em um sistema de levitação eletromagnética. 2008. 60 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Elétrica, Engenharia Elétrica, Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

COSTA, Jefferson S.. Modelagem de sistema de levitação magnética por abordagem analítica baseada no conceito de circuitos magnéticos. Tucuruí: Cobenge, 2012. 12 p.

NETO, A. V. Andrade. Atrito de escorregamento e atrito de rolamento: análise de situações simples. Tucuruí: Cobenge, 2014. 12 p.