

PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR PID DIGITAL PARA UM SISTEMA CALHA E BOLA

Francisco Danilson da Silva Alves¹, Hildo Soares de Moraes Júnior¹,
Wisla Milena Moraes de Oliveira¹, Tânia Luna Laura¹

¹Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
59.780-000, Caraúbas – RN, Brasil

francisco.danilson@yahoo.com.br, hidojunior123@gmail.com, wislamilenamorais@gmail.com, tania.luna@ufersa.edu.br

Abstract. *This paper describes the design of a PID position control for a ball and beam system. The open-loop model is unstable and non-linear, for this reason considerations for model linearization were performed. PID controllers were designed using Matlab's textit toolbox Sisotool, the second Ziegler-Nichols method and the empirical-analytical method. For experimental testing of the controllers, the plant will be built with 3D modeling. The results show that the system becomes stable in closed loop and the control of the ball position can be performed, even in the presence of some disturbances. The prototype built proved to be a suitable platform for testing controllers.*

Resumo. *Este artigo descreve o projeto de um controle de posição PID para um sistema bola e calha. O modelo em malha aberta é instável e não linear, por esse motivo considerações para linearização do modelo foram realizadas. Os controladores PID foram projetados por meio da toolbox Sisotool do Matlab, pelo segundo método de Ziegler-Nichols e por meio do método empírico-analítico. Para teste experimental dos controladores a planta foi construída com modelagem 3D. Os resultados mostram que o sistema torna-se estável em malha fechada e o controle da posição da bola pode ser realizado, mesmo na presença de alguns distúrbios. O protótipo construído mostrou-se uma plataforma adequada para teste de controladores.*

1. Introdução

O modelo de sistema bola e calha (do inglês *ball and beam*) consiste em um mecanismo no qual é realizado o controle de posição de uma bola utilizando uma barra que se move com um grau de liberdade. A posição da bola pode ser medida através de um sensor ultrassônico acoplado em uma das extremidades da calha, dessa forma quando é detectada uma variação da posição pelo sensor ultrassônico, o controle ajusta o ângulo da calha de forma que a bola permaneça na posição desejada. Segundo Souza (2019) o sistema barra-bola não é trivial devido a difícil aquisição das variáveis, como atrito entre partes móveis da planta e irregularidades na construção das peças, provocando interferência no desempenho do posicionamento.

De acordo com Wang (2007) esse modelo de sistema é amplamente utilizado em laboratórios de pesquisa na área de controle, tendo em vista, que a análise do comportamento de uma planta bola-calha pode ser associada a problemas reais de controle, tal

como estabilização horizontal de um avião no momento do pouso sujeito a turbulência. Na literatura encontram-se projeto de diferentes tipos de controladores para esse modelo. Em Amjad et al.(2010) é descrito o projeto de um controlador por lógica Fuzzy enquanto em Takahashi, Sato e Yokomichi (2018) a implementação de um controlador robusto é abordada.

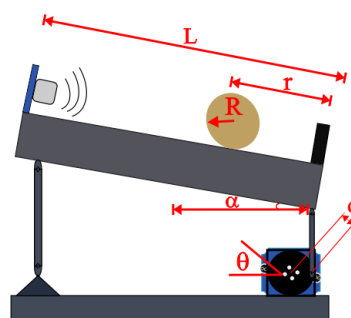
O controle ball and beam pode ser dividido em quatro subsistemas. O primeiro subsistema é o de medição, responsável por mensurar a posição da bola e enviar o sinal para o controlador. Após receber os dados do medidor, o subsistema de controle deve analisar o sinal recebido, tratá-lo e gerar uma resposta responsável por corrigir a posição da bola. O subsistema de atuação altera o ângulo da barra a partir do comando enviado pelo controlador e o subsistema mecânico é constituído da barra, bola e base (RAMOS ET AL.,2016).

O presente trabalho descreve a implementação de controle PID para um sistema *ball and beam*. Na seção 2 será apresentada a modelagem matemática da planta, na seção 3 o processo de construção do protótipo será descrito, na seção 4 é disposto sobre o projeto dos controladores, nas seções 5 e 6 são discutidos sobre os resultados simulados e experimentais, respectivamente. Por fim, na última seção apresenta-se as considerações finais do trabalho.

2. Modelagem Matemática da Planta

A análise do modelo foi fundamentada no trabalho apresentado por Colón et al.(2013), no qual o autor modela o sistema por meio das equações da mecânica Lagrangiana, bem como da mecânica Newtoniana. Neste trabalho, foi utilizado o modelo baseado na mecânica Newtoniana. Para realizar a modelagem do sistema, inicialmente foi esboçado o sistema bola e calha na ilustrado Figura 1.

Figura 1. Representação do sistema para modelagem.



Autores (2020)

Em que:

- (m) massa da bola ($0,035 \text{ kg}$);
- (R) raio da bola ($0,025 \text{ m}$);
- (d) deslocamento da alavanca ($0,035 \text{ m}$);
- (L) comprimento da barra ($0,25 \text{ m}$);
- (r) posição da bola;

(α) ângulo da barra;

(θ) ângulo do servomotor.

Para a análise do sistema, é necessário considerar que a bola gire livremente sobre a calha, desprezando-se deslizamentos e o efeito do atrito entre elas. Primeiramente foi realizado o somatório de torques que atuam na bola paralelo a barra. Deve-se observar que a bola desloca-se ao longo da calha sob ação da força peso. Matematicamente temos:

$$-J \frac{\ddot{r}}{R^2} = F_D \quad (1)$$

Em que J é o momento de inércia da bola ($J = \frac{2}{3} \cdot m \cdot R^2$). Para uma bola de 0,035 Kg com um raio R de 0,025 m o valor calculado é $1,458 \cdot 10^{-5}$. Reescrevendo a Equação 1,

$$F_D = -\frac{J}{R^2} \cdot \ddot{r} \quad (2)$$

Analisando-se a ação das forças perpendiculares à barra e usando a componente da aceleração relativa nessa mesma direção, obtém-se que:

$$F_D - mg \operatorname{sen}(\alpha) = m\ddot{r} \quad (3)$$

Substituindo (2) em (3), chega-se a:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} + mg \operatorname{sen}(\alpha) = 0 \quad (4)$$

Para linearizar a Equação 4 é necessário estabelecer a hipótese de ângulos suficientemente pequenos, tal que, $\operatorname{sen}(\alpha) \approx \alpha$ e supor que $\alpha \simeq \frac{d}{L}\theta$. Com isso, a relação entre a posição da bola e o ângulo do servomotor é dada pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = -\frac{mgd}{L \left(\frac{J}{R^2} + m \right) s^2} \quad (5)$$

Em que g é a aceleração da gravidade ($g = -9,81 \text{ m/s}^2$). Aplicando os parâmetros da planta na Equação 5, realizando-se um processo de discretização para um tempo $T=0,04 \text{ s}$ e aplicação da transformada z chega-se a FT apresentada na Equação 6:

$$G(z) = \frac{0,00066(z+1)}{z^2 - 2z + 1} \quad (6)$$

3. Processo de Construção da Planta

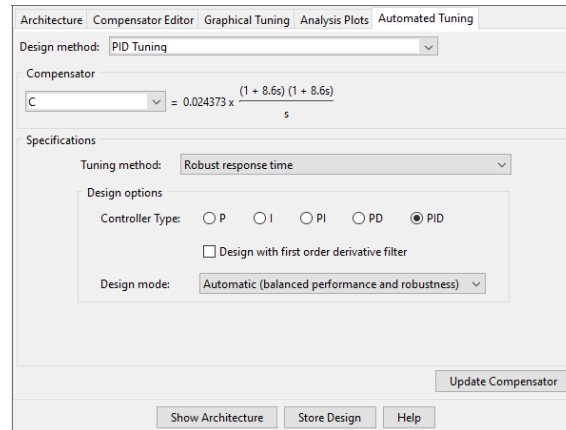
A planta construída foi baseada no modelo apresentado em (ELECTRONOBS, 2020). As peças responsáveis pela sustentação da planta, articulação, braço de alavanca e fixação do servo motor foram construídas através de uma impressora 3D utilizando filamento de ABS. A calha foi construída a partir de duas barras de MDF com dimensões de 3 cm x 48 cm fixadas com um ângulo de aproximadamente 80° entre si e a haste que conecta a base da planta à articulação, foi feita utilizando um parafuso M8 com comprimento de 15 cm. O sensor utilizado no sistema de controle é um sensor ultrassônico HC-SR04, fixado na extremidade da calha e o atuador do sistema é um servo motor MG996R, acoplado ao braço de alavanca. Também foi utilizado um Arduino UNO para a aquisição e processamento dos dados.

4. Projeto do controlador PID

4.1. Projeto utilizando o *Sisotool* do Matlab

Uma vez obtido o modelo da planta, partiu-se para o projeto do controlador, onde foi utilizado a *toolbox* Sisotool do Matlab. O controlador foi projetado buscando-se um sobressinal de 10% e tempo de acomodação por volta de 10 s. Foi inserido no Sisotool a FT da planta e o mesmo retornou o compensador C conforme mostra a Figura 2.

Figura 2. Implementação do controlador no Sisotool.



Autores (2020)

A função de transferência, em tempo contínuo, resultante para o sistema de compensação foi, portanto:

$$G_c(s) = \frac{1,8197(s + 0.1157s)^2}{s} \quad (7)$$

A FT discretizada do sistema controlador-planta em malha fechada com realimentação unitária, é dada pela Equação 8.

$$G_c(z) = \frac{0,058492(z - 0,9954)^2}{(z - 0,9963)(z - 0,993)(z - 0,9519)} \quad (8)$$

4.2. Método de Ziegler-Nichols

O método de Ziegler-Nichols aplicado, consiste em sintonizar o modelo em malha fechada de modo a fazê-lo oscilar. A partir da oscilação do modelos os parâmetros do controlador PID podem ser obtidos mediante as relações apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros de Ajustes do PID para o método de Ziegler-Nichols.

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5 K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45 K_{cr}$	$\frac{1}{1,2} P_{cr}$	0
PID	$0,6 K_{cr}$	$0,5 P_{cr}$	$0,125 P_{cr}$

Autores (2020)

A FT em tempo contínuo para o controlador projetado pela resposta em frequência de Ziegler-Nichols, é mostrada na Equação 9.

$$G_c = K_p \times \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (9)$$

Fazendo uso do comando *margin* do software Matlab, é possível determinar o período crítico de oscilação do sistema P_{cr} , bem como o valor do K_{cr} , que consiste na margem de ganho da resposta em frequência. Obteve-se os seguintes parâmetros:

$$K_{cr} = 1; P_{cr} = 6,9211; T_i = 3,4605; T_d = 0,8651; K_p = 0,6; K_i = 3,4605; K_d = 0,8651.$$

Após a obtenção dos parâmetros, a FT discretizada do sistema planta-controlador com realimentação unitária, para uma amostragem de 0,04s, é apresentada na Equação 10.

$$G_{zMF} = \frac{0,01736z^2 - 0,03393z + 0,01657}{z^3 - 2,982z^2 + 2,965z - 0,983} \quad (10)$$

4.3. Método empírico-analítico

Para a obtenção dos parâmetros KP, KI e KD do controlador PID, foram observadas as respostas do sistema para cada parâmetro isoladamente. Primeiro foi analisado o KP, onde procurou-se uma oscilação suave em torno do setpoint e o melhor valor obtido foi um KP de 8. O parâmetro KD foi escolhido de forma que o sistema responda mais rapidamente à variação do erro, a partir disto foi obtido um KD de 4000. Já o parâmetro KI foi escolhido de forma a incrementar o erro de forma suave enquanto a saída do sistema for diferente do setpoint, o valor de KI obtido foi de 0,2. Esses valores foram implementados no arduino.

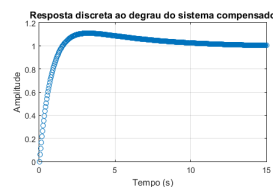
5. Resultados Simulados

A partir da FT da planta, apresentada na seção 2 foram realizadas algumas simulações para análise do comportamento do sistema. As curvas da resposta ao degrau são apresentadas na Figura 3. A Figura 3a exibe a resposta do sistema em malha fechada (MF), já a Figura 3b mostra a resposta do sistema compensado, com o controlador apresentado da seção 4.1.

Figura 3. Resposta do Sistema Discretizado em MF:



(a) Com Realimentação Unitária.



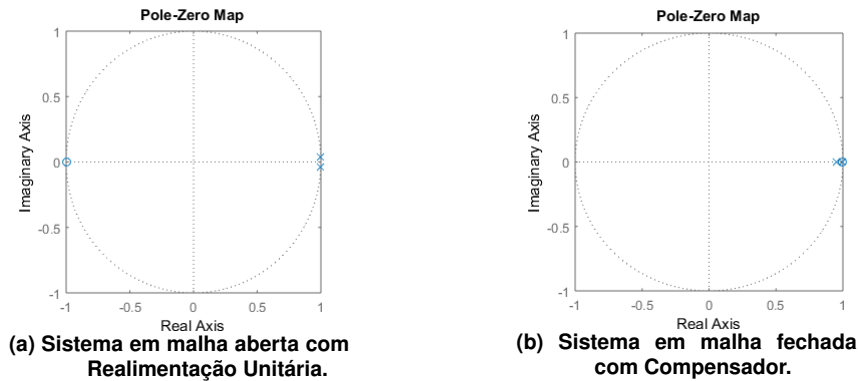
(b) Com Controlador.

Autores (2020)

Como pode ser observado na Figura 3a, o sistema em malha fechada com realimentação unitária exibe um comportamento instável, uma vez que apresenta característica oscilatória em regime permanente, enquanto que o sistema em malha

fechada com compensador apresentou um comportamento estável, como mostra a Figura 3b. A estabilidade do sistema também pode ser observada analisando a representação dos polos no círculo de raio unitário. A Figura 4a exibe a representação dos polos e zeros no círculo unitário para o sistema em malha aberta e a Figura 4b mostra a representação para o sistema em malha fechada com o controlador e realimentação unitária.

Figura 4. Localização dos Polos e Zeros no círculo de raio unitário:

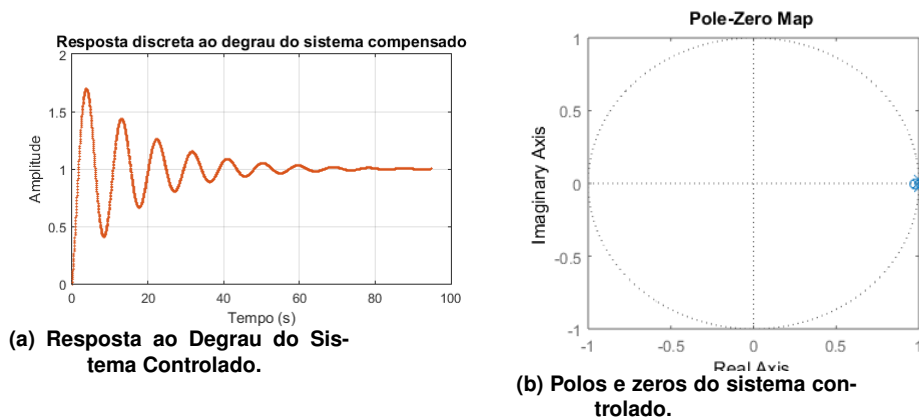


Autores (2020)

Como pode ser observado na Figura 4a, o sistema possui polos complexos conjugados fora da borda do círculo de raio unitário, o que justifica a instabilidade do sistema. A Figura 4b, é possível observar que após a implementação do controlador, o sistema torna-se estável, haja vista que existe um polo e um zero que se cancelam no perímetro do círculo unitário e outro polo que está na região de convergência, ou seja, dentro do círculo.

Com a implementação do 2º método de Ziegler-Nichols obteve-se a resposta apresentada na Figura 5.

Figura 5. Resposta do Sistema em Malha Fechada pelo PID via 2º método de Ziegler-Nichols.



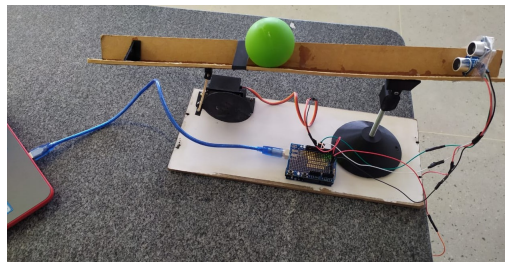
Autores (2020)

Como pode ser observado na Figura 5a, o *overshoot* é superior a 50%, o tempo de estabilização é de aproximadamente um minuto e a resposta é subamortecida. A resposta subamortecida do sistema compensado, pode ser justificada ao se analisar os polos complexos conjugados representados Figura 5b.

6. Resultados Experimentais

O protótipo final da planta é mostrado na Figura 6.

Figura 6. Setup para teste experimental da Planta confeccionada.

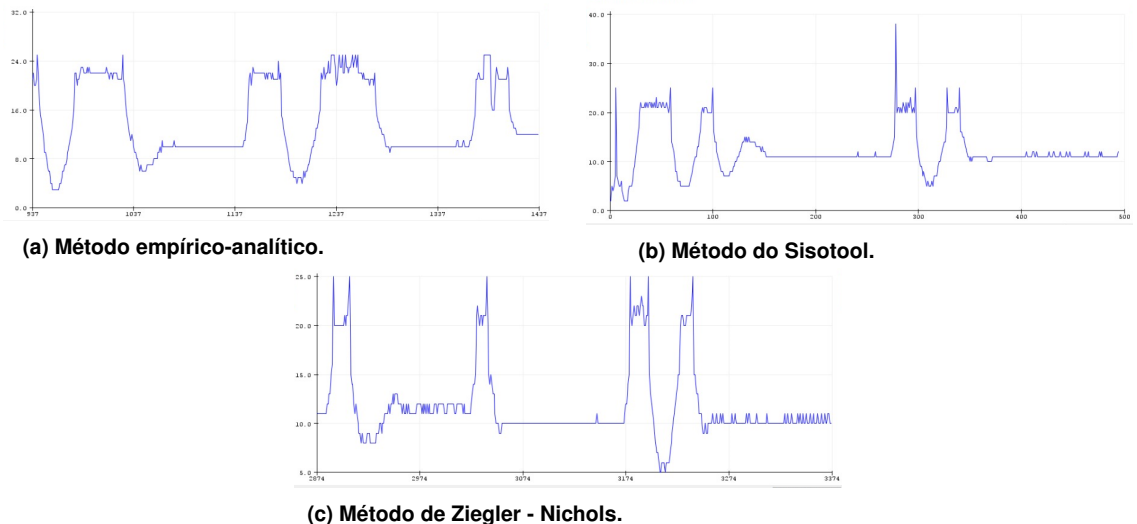


Autores (2020)

Os parâmetros PID encontrados através dos métodos empírico, via Sisotool e por Ziegler - Nichols foram setados na planta e obteve-se as seguintes respostas de saída com relação ao setpoint dado.

A Figura 7 mostra os resultados experimentais utilizando os parâmetros obtidos através dos métodos empírico-analítico, Sisotool e o método de Ziegler-Nichols.

Figura 7. Reposta de Saída da Planta obtida com o *serial plotter* do arduíno.



Autores (2020)

Como pode ser observado na Figura 7, o sistema continua estável após a aplicação de um distúrbio, onde a bola é estabilizada na distância de aproximadamente 12 cm.

O modelo obtido através do Sisotool mostrou-se mais eficiente, pois apresentou menor overshoot e também menor tempo de acomodação, além de menores oscilações ao atingir a referência.

7. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou a aquisição dos parâmetros de um controlador PID através da *toolbox Sisotool*, do segundo método de Ziegler-Nichols e do método empírico-analítico. O controlador projetado com o *sisotool* mostrou-se mais eficiente, com um menor *overshoot*, tempo de acomodação e menores oscilações até atingir a referência. A partir do trabalho exposto, pode-se elucidar que o processo de linearização do modelo apresenta uma boa aproximação, haja vista que os controladores projetados a partir do modelo linearizado apresentaram uma resposta satisfatória. No que se refere ao subsistema de medição, o sensor ultrassônico não se mostrou adequado para essa planta, pois a leitura nem sempre apresentava uma boa precisão. Além disso, o objetivo de construir a planta para fins didáticos foi alcançado, uma vez que o protótipo construído constitui uma plataforma adequada para ensino e teste de controladores.

Referências

- AMJAD, M.; KASHIF, M.i.; ABDULLAH, S.s; SHAREEF, Z.. Fuzzy logic control of ball and beam system. 2010 2nd International Conference On Education Technology And Computer, [s.l.], p.489-493, jun. 2010. IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/icetc.2010.5529494>
- COLÓN, D., ANDRADE, Y., BUENO, , DINIZ, I., e BALTHAZAR, J. (2013). Modeling, control and implementation of a ball and beam system.
- ELECTRONOBS (2020). Pid arduino balance - 3d files.
- RAMOS, J. d. S., MACHADO, L. T., SANTOS NETO, A. F. d., e dos SANTOS, M. F. (2016). Projeto de um sistema ball and beam para o ensino de controle automático. In XXI Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2016 UFES, Vitória - ES.
- SOUZA, I. (2019). Projeto de um controlador RST para o sistema barra e bola. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- TAKAHASHI, Nobuya; SATO, Osamu; YOKOMICHI, Masahiro. Discrete-time robust controller and observer for a ball and beam system. Artificial Life And Robotics, [s.l.], v. 24, n. 2, p.239-244, 21 nov. 2018. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s10015-018-0506-2>
- WANG, W. (2007). Control of a ball and beam system. Tese de Mestrado, School Of Mechanical Engineering, University Of Adelaide,, South Australia. 213 f. Curso de School Of Mechanical Engineering.